

УДК 50

ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ И ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ

ГАБАРАЕВА ЭЛЛИНА МАРАТОВНА

обучающаяся

ГБПОУ "Владикавказский торгово-экономический техникум"

Научный руководитель: Назаренко Анжела Францевна

преподаватель математики

ГБПОУ "Владикавказский торгово-экономический техникум"

Аннотация: за многовековую историю своего существования человечество не раз стояло на пути познания окружающего мира. Через наблюдение за явлениями природы, поведением живых организмов и их строением выявлялись закономерности. Учёные пытались связать данные закономерности с некоторыми аспектами математической науки. Так появилась взаимосвязь между понятием "золотое сечение" и анатомией человека, "золотым сечением" и числами Фибоначчи. Шедевры мировой живописи, музыки, архитектуры создавались с применением принципа "золотого сечения". Этим уникальным фактам есть строгое математическое подтверждение.

Ключевые слова: "золотое сечение", числа Фибоначчи, "золотое сечение" в анатомии человека, "золотое сечение" в эстетике, закон листорасположения.

THE GOLDEN RATIO AND FIBONACCI NUMBERS

Gabaraeva Ellina Maratovna*Scientific adviser: Nazarenko Angela Frantsevna*

Abstract: over the centuries-old history of its existence, humanity has repeatedly stood on the path of cognition of the surrounding world. Through the observation of natural phenomena, the behavior of living organisms and their structure, patterns were revealed. Scientists have tried to link these patterns with some aspects of mathematical science. This is how the relationship between the concept of the "golden section" and human anatomy, the "golden section" and Fibonacci numbers appeared. Masterpieces of world painting, music, architecture were created using the principle of the "golden section". There is a strict mathematical confirmation of these unique facts.

Keywords: golden section", Fibonacci numbers, "golden section" in human anatomy, "golden section" in aesthetics, the law of leaf arrangement.

За многовековую историю своего существования человечество не раз стояло на пути познания окружающего мира. Через наблюдение за явлениями природы, поведением живых организмов и их строением выявлялись закономерности. Учёные пытались связать данные закономерности с некоторыми аспектами математической науки. Так появлялся круговорот вопросов и ответов. И так как развитие цивилизации не стоит на месте, то человечеству ещё не раз придется найти ответы на вновь возникшие вопросы.

Актуальность темы исследования: математика - одна из древнейших наук. В эпоху античности появилось понятие "золотое сечение", а в период средневековья - числа Фибоначчи. Выбрав эти древнейшие математические факты, я хотела бы показать насколько они актуальны в современном мире.

Цель данной работы: изучить применение "золотого сечения" в анатомии человека и в эстетике; изучить связь между листорасположением и пропорцией золотого сечения.

Задачи: узнать в чем заключается пропорция "золотого сечения"; изучить последовательность чисел Фибоначчи; установить взаимосвязь между "золотым сечением" и числами Фибоначчи.

Объектом исследования моей работы является "золотое сечение", последовательность чисел Фибоначчи.

Предметом исследования является архитектура, живопись, музыка, явления в природе.

В работе использованы методы исследования: изучение специальной литературы; обобщение и систематизация материала по данной теме.

"Божественное деление" было известно ещё в древности. Впервые встречается в "Началах" Евклида (3 в. до н. э.). В своих трудах Евклид описывал "божественное деление" как деление соответствующего отрезка на пропорциональные отрезки. На основании данных разъяснений Евклид строил правильный пятиугольник. А вот знакомое нам словосочетание "золотое сечение" введено было в XV веке известным художником Леонардо да Винчи.

"Золотое сечение (золотая пропорция, деление в крайнем и среднем отношении, гармоническое деление) - отношение частей и целого, при котором отношения частей между собой и каждой части к целому равны" [1].

Так если через a обозначить исходную величину, которую необходимо разделить на x (большая

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a-x}$$

часть) и $a-x$ (меньшая часть) по принципу "золотого сечения", то получим пропорцию

Из этой пропорции легко определить и найти значение x , используя свойство пропорции:

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a-x}$$

$$x^2 = a(a-x)$$

$$x^2 = a^2 - ax$$

$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

$$D = a^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-a^2) = 5a^2$$

$$x_1 = \frac{-a - a\sqrt{5}}{2} = -a \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-a + a\sqrt{5}}{2} = a \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

Условию задачи соответствует лишь положительный корень. Таким образом, большая часть ве-

личины a разделённая в крайнем и среднем отношении, равна иррациональному выражению $a \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Отношение этой части к целому т. е. $a \frac{\sqrt{5}-1}{2} : a = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0,618$

Обратное ему число $1 : \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1,618$

- золотое число, обозначается в мате-

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

матике числом Φ (фи). Данное число можно представить в виде непрерывной дроби

подходящие дроби которой будут $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}$ и т. д., где 1, 1, 2, 3, 5, 8, и т. д. - числа Фибоначчи.

Как разделить отрезок по принципу "золотого сечения" с помощью циркуля и линейки? Для этого построим отрезок AB , найдём его середину. Из точки B к отрезку AB восстановим перпендикуляр BE ,

равный половине длины отрезка AB . Соединим точку A и E . На отрезке AE отмечаем точку D так, чтобы отрезки ED и EB были равными. На отрезке AB отмечаем точку C так, чтобы отрезок AD и AC были равными. В результате получаем $AB:AC=AC:CB$.

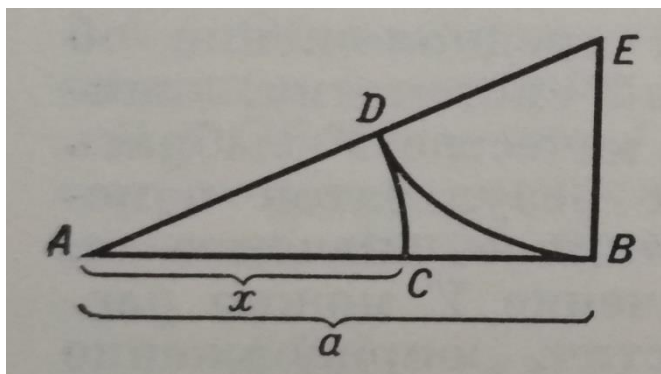


Рис. 1. Деление отрезка AB по принципу "золотого сечения"

"Числа Фибоначчи - элементы числовой последовательности 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, ... в которой первые два числа равны 0 и 1, а каждое последующее число равно сумме двух предыдущих чисел. Названы в честь средневекового математика Леонардо Пизанского (известного как Фибоначчи)" [2].

Элементы числовой последовательности или "числа Фибоначчи" известны были ещё в Древней Индии. Основным направлением в применении считалось стихосложение. И только спустя долгие годы данные числа стал рассматривать в своих трудах Леонардо Пизанский. В своём "труде "Книга абака" (1202) он рассматривает развитие идеализированной (биологически нереальной) популяции кроликов, где условия таковы: изначально дана новорождённая пара кроликов (самец и самка); со второго месяца после своего рождения кролики начинают спариваться и производить новую пару кроликов, причём уже каждый месяц; кролики никогда не умирают, а в качестве искомого выдвигает количество пар кроликов через год" [2].

Ответом данной задачи явилась числовая последовательность 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

Числовые последовательности можно задать через рекуррентную формулу. Рекуррентная формула последовательности "чисел Фибоначчи" определяется следующим выражением: $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, $n \geq 2$, $n \in \mathbb{Z}$. В некоторых книгах, особенно старых, $F_0 = 0$ опускается, и последовательность Фибоначчи начинается с $F_1 = F_2 = 1$.

Рассуждая о красивом телосложении человека, мы подразумеваем его правильные формы, его пропорциональность. И это действительно так. Если внимательно рассмотреть античные статуи, которые так изящно подчёркивают линии человеческого тела, то становится понятным очевидный факт - древние мастера знали принцип "золотого сечения" и умело применяли его в своих скульптурах. Особенно этот принцип хорошо удавалось передать мастерам в мужских фигурах, которые считаются более красивыми чем женские тела по мнению многих художников. Знаменитый рисунок Леонардо да Винчи "Витрувианский человек" можно рассмотреть не только как произведение искусства, но и как научный труд. В нём художник передаёт основную мысль - пропорциональность частей мужского тела.

Современные художники и скульпторы в своих произведениях так же используют принцип "золотого сечения" для достижения необходимого эффекта пропорциональности.

Известный немецкий поэт и философ Адольф Цейзинг (1810 - 1876) проявлял повышенный интерес к эстетике с точки зрения математики. "Среди своих теорий Цейзинг утверждал, что нашел золотое сечение, которое выражается в расположении ветвей вдоль стеблей растений и прожилок на листьях. Он расширил свои исследования на скелеты животных и разветвления их вен и нервов, на пропорции химических соединений и геометрию кристаллов, а также на использование пропорций в худо-

жественных усилиях. В этих явлениях он видел золотое сечение, действующее как универсальный закон природы" [3].

Рассматривая картины известных художников эпохи Возрождения невольно ощущаешь, что взгляд приковывает определённая точка. Это касается как картин малых форм так и больших, горизонтальных или вертикальных. Исследования показали, что эти точки совпадают с так называемыми зрительными центрами. Всего таких точек четыре. Располагаются они на некоей плоской поверхности по принципу $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$ расстояния от краёв. Этот приём хорошо применяли мастера для привлечения внимания к картинам. Особенно к тем его частям, на которых изображали главный персонаж.

До наших времён, к сожалению, дошло мало памятников архитектуры. Но даже по тем немногочисленным остаткам хорошо прослеживается в строительстве принцип "золотого сечения". Например, храм древнегреческой античности Парфенон, собор Парижской Богоматери, храм Василия Блаженного.

Принцип золотого сечения установлен учёными и в знаменитой пирамиде Хеопса, самой крупной из пирамид, построенной на плато Гизы.

Метод "золотого сечения" широко используется в музыкальном искусстве. Исследованиями в этом направлении активно занимался музыковед Розенов К. Э. в начале 20 века. Им было подмечено, что в знаменитых музыкальных произведениях таких композиторов как Моцарт, Бах, Шопен, Глинка, Бетховен тоже встречается принцип "золотой пропорции". Произведения данных композиторов отличается то, что кульминация происходит не в центре, а несколько смещена к концу. За счёт такого расположения кульминации, музыкальное произведение приобретает мелодичность, гармоничность, эмоциональность.

Листья в стебле могут располагаться двояко: либо к известному пункту стебля прикрепляется всего один лист, либо сразу несколько. Такое расположение не случайно и подчиняется определённым математическим законам. В ботанике есть целый раздел, посвящённый листорасположению. Согласно определению листорасположение взаимосвязано с количеством листьев и числом оборотов в одном цикле. Само листорасположение удобно обозначать через обыкновенные дроби, в которых числитель обозначает количество оборотов, а в знаменателе - количество листьев в данном обороте. Наблюдения за растениями показало, что листорасположение индивидуально для каждого вида. Понятие листорасположение ещё связывают с углом расхождения листьев. Если рассмотреть это явление более широко, то его можно применить и к расположению веток, почек, цветов. Наиболее распространённые

листорасположения: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{8}{21}$, ... В данной последовательности обыкновенных дробей числители и знаменатели определяют "числа Фибоначчи". Разгадка раскрывается довольно просто и находится в тесной связи с принципом золотого деления.

Итак, мы пришли к правилу, что листья на стебле стремятся расположиться таким образом, чтобы разделить окружность стебля в крайнем и среднем отношении, - избирая притом простейшие приближения этой пропорции.

В результате проделанной работы я изучила: принцип пропорции "золотого сечения"; последовательность "чисел Фибоначчи"; установила взаимосвязь между "золотым сечением" и "числами Фибоначчи".

Работа оказалась интересной, познавательной. Я выяснила, что во все эпохи процветания искусство и наука вступали в союз. Многие из окружающей нас действительности подчинены строгой математической науке. "Золотое сечение", последовательность "чисел Фибоначчи" послужили множеству великих открытий.

Список источников

- | | | | | |
|--|---|-------|----------|------|
| 1. Википедия [Электронный ресурс]. | - | Режим | доступа: | URL: |
| https://ru.wikipedia.org/wiki/Золотое_сечение (14.11.2021) | | | | |
| 2. Википедия [Электронный ресурс]. | - | Режим | доступа: | URL: |
| https://ru.wikipedia.org/wiki/Числа_Фибоначчи (14.11.2021) | | | | |

3. Википедия [Электронный ресурс]. - Режим доступа: URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Цейзинг_Адольф (14.11.2021)
4. Аракелян Г. Б. Математика и история золотого сечения. - М.: Логос, 2014, 404 с.
5. Власов В. Г. Золотое сечение, или Божественная пропорция // Власов В. Г. Новый энциклопедический словарь изобразительного искусства: В 10 т. — Т.3. — СПб.: Азбука-Классика, 2005. — С.725-732.
6. Власов В. Г. Приемы гармонизации пространства в классической архитектуре // Власов В. Г. Искусство России в пространстве Евразии. — Т.3. Классическое искусствознание и "русский мир". — СПб.: Дмитрий Буланин, 2012. — С.156-192.
7. Шмигевский Н. В. Формула совершенства // Страна знаний. — 2010. — № 4. — С.2-7.